# 0-11 Steckbriefaufgaben

## Aufgaben

Bearbeiten Sie alle folgenden Aufgaben der Reihe nach. Für die meisten dieser Aufgaben gibt es mehrere Lösungsansätze: Finden Sie diese heraus und bearbeiten Sie für jede Aufgabe alle von Ihnen gefdnenen Lösungsansätze bis zum Ergebnis.
Ab der Seite 2 finden Sie die Lösungen zu den Aufgaben.
Als Voraussetzung zur Bearbeitung dieser Aufgaben müssen Sie die Themen **lineare Funktionen und Gleichungen**, **quadratische Funktionen und Gleichungen** sowie **lineare Gleichungssysteme** beherrschen. Auf Seite 2 dieses Dokuments finden Sie hierzu Hinweise auf die entsprechenden Arbeitsblätter.

**I** [Lineare Gleichung] **Eine Gerade verläuft durch die Punkte $P(-1|2)$ und $Q(3|14)$. Berechnen Sie Geradengleichung $f_1(x)$ mit eingesetzten Werten.**

**II** [Lineare Gleichung] **Eine Gerade besitzt die Nullstelle $x_0 = -2$ und den y-Achsenabschnitt $y_0 = 8$. Berechnen Sie Geradengleichung $f_2(x)$ mit eingesetzten Werten.**

**III** [Quadratische Gleichung] **Eine Parabel verläuft durch die Punkte $P(-1|7)$, $Q(0|1)$ und $R(4|17)$. Berechnen Sie Parabelgleichung $f_3(x)$ mit eingesetzten Werten.**

**IV** [Quadratische Gleichung] **Eine Parabel verläuft durch die Punkte $P(-1|-1)$, $Q(2|5)$ und $R(4|-11)$. Berechnen Sie Parabelgleichung $f_4(x)$ mit eingesetzten Werten.**

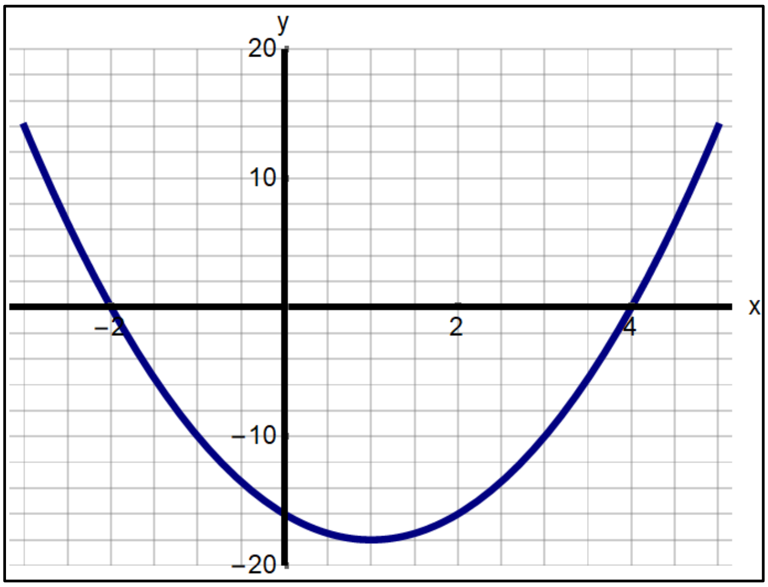
**V** [Quadratische Gleichung] **Eine Parabel hat einen Scheitelpunkt $S(1|5)$ und verläuft zusätzlich durch den Punkt $P(0|2)$. Berechnen Sie Parabelgleichung $f_5(x)$ mit eingesetzten Werten.**

**VI** [Quadratische Gleichung] **Eine zur y-Achse symmetrische Parabel besitzt eine Nullstelle bei $x_1 = 2$ und den y-Achsenabschnitt bei $y_0 = 2$. Berechnen Sie Parabelgleichung $f_6(x)$ mit eingesetzten Werten.**

**VII** [Quadratische Gleichung] **Der Graph einer Funktion $f_7$ besitzt an der Stelle $x_1 = 2$ eine doppelte Nullstelle und am der Stelle x=0 den Wert y=8. Berechnen Sie Parabelgleichung $f_7(x)$ mit eingesetzten Werten.**

**VIII** [Quadratische Gleichung] **Der Graph einer Funktion $f_8$ ist achsensymmetrisch zur y-Achse, verläuft durch den Punkt P(2|-5) und kreuzt die y-Achse bei y = 3. Berechnen Sie Parabelgleichung $f_8(x)$ mit eingesetzten Werten.**

**IX** [Quadratische Gleichung] **Das rechts abgebildete Diagramm zeigt den Graphen $G_{f_9}$ einer quadratischen Funktion $f_9$. Bestimmen Sie geeignete Puntke des Graphen und ermitteln Sie mit deren Hilfe rfecherisch die Parabelgleichung $f_9(x)$ mit eingesetzten Werten.**



## Hinweise

| | | | |
|---|---|---|---|
| **Lineare Gleichungen** | $g(x) = m\,x + t$<br>$g(x) = m\,(x - x_P) + y_P$ | Allgemeine Form<br>Punkt-Steigungs-Form | **Arbeitsblatt 0-07** |
| **Quadratische Gleichungen** | $f(x) = ax^2 + bx + c$<br>$f(x) = a(x - x_S)^2 + y_S$<br>$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$ | Allgemeine Form<br>Scheitelform<br>Linearfaktorform | **Arbeitsblatt 0-08** |
| **Lineare Gleichungssysteme** | | | **Arbeitsblatt 0-12** |

Siehe auch Merkhilfe, S. 1

## Lösungen

### I

Aufgaben zu linearen Gleichungen und Geradenfunktionen siehe Arbeitsblatt 0-07

**Punkt-Steigungs-Form:**

$P(-1|2)$ und $Q(3|14)$

$f_1(x) = m\,(x - x_P) + y_P$

$\left.\begin{array}{l}\Delta x = 3 - (-1) = 4 \\ \Delta y = 14 - 2 = 12\end{array}\right\} \rightarrow$

$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{12}{4} = 3 \rightarrow$

$f_1(x) = 3(x+1) + 2 = 3x + 5$

**Allgemeine Form:**

$P(-1|2)$ und $Q(3|14)$

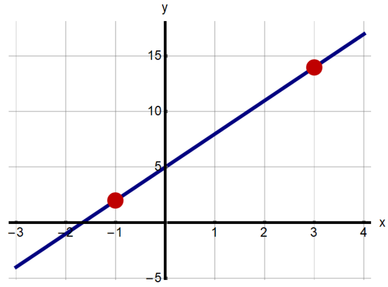
$f_1(x) = m\,x + t$

$\left.\begin{array}{l}f_1(-1) = -m + t = 2 \\ f_1(\ \ 3) = 3\,m + t = 14\end{array}\right\} \rightarrow$

$m = 3$ und $t = 5 \rightarrow$

$f_1(x) = 3x + 5$

Zum Lösen von linearen Gleichungssystemen siehe Arbeitsblatt 0-12



### II

**Punkt-Steigungs-Form:**

$x_0 = -2$ und $y_0 = 8$

$X0(-2|0)$ und $Y0(0|8)$

$f_2(x) = m\,(x - x_P) + y_P$

$\left.\begin{array}{l}\Delta x = 0 - (-2) = 2 \\ \Delta y = 8 - 0 = 8\end{array}\right\} \rightarrow$

$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{8}{2} = 4 \rightarrow$

$f_2(x) = 4\,(x+2) + 0 = 4x + 8$

**Allgemeine Form:**

$x_0 = -2$ und $y_0 = 8$

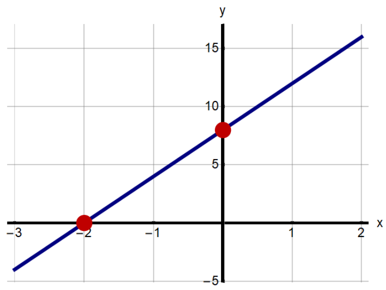
$X0(-2|0)$ und $Y0(0|8)$

$f_2(x) = m\,x + t$

$\left.\begin{array}{l}f_2(-2) = -2m + t = 0 \\ f_2(\ \ 0) = t = 8\end{array}\right\} \rightarrow$

$m = 4$ und $t = 8 \rightarrow$

$f_2(x) = 4x + 8$



### III

**Allgemeine Form**

$P(-1|7)$ , $Q(0|1)$ und $R(4|17)$

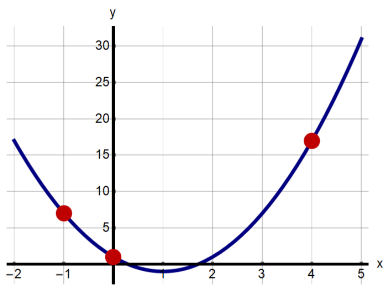
$f_3(\ x) = ax^2 + bx + c$

$\left.\begin{array}{l}f_3(-1) = a - b + c = 7 \\ f_3(\ \ 0) = c = 1 \\ f_3(\ \ 4) = 16a + 4b + c = 17\end{array}\right\} \rightarrow$

$a = 2, b = -4,\ c = 1 \rightarrow$

$f_3(x) = 2x^2 - 4x + 1$

Aufgaben zu quadratischen Gleichungen und Parabelfunktionen siehe Arbeitsblatt 0-08



### IV

**Allgemeine Form**

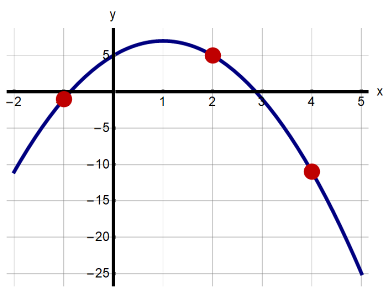
$P(-1|-1)$ , $Q(2|5)$ und $R(4|-11)$

$f_4(\ x) = ax^2 + bx + c$

$\left.\begin{array}{l}f_4(-1) = a - b + c = -1 \\ f_4(\ \ 2) = 4a + 2b + c = 5 \\ f_4(\ \ 4) = 16a + 4b + c = -11\end{array}\right\} \rightarrow$

$a = -2,\ b = 4,\ c = 5 \rightarrow$

$f_4(x) = -2x^2 + 4x + 5$



## V

### Scheitelform

$S(1|5)$ und $P(0|2)$

$f_5(x) = a(x - x_S)^2 + y_S$

$x_S = 1$ und $y_S = 5$ $\rightarrow$

$f_5(x) = a(x-1)^2 + 5$

$f_5(0) = a(-1)^2 + 5$

$= a + 5 = 2 \rightarrow\ a = 3$ $\rightarrow$

$f_5(x) = -3(x-1)^2 + 5$

$= -3x^2 + 6x + 2$

### Allgemeine Form

$S(1|5)$ und $P(0|2)$

$f_5(x) = ax^2 + bx + c$

$\left.\begin{array}{l} f_5(1) = a + b + c = 5 \\ f_5(0) = c = 2 \end{array}\right\}$

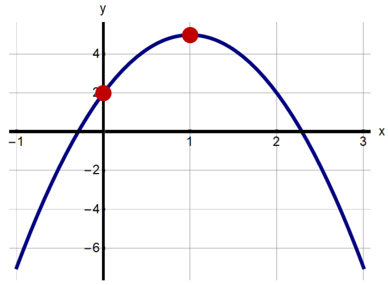
Scheitelstelle bei $x_S = -\frac{b}{2a}$

(Merkhilfe) $\rightarrow$

$-\frac{b}{2a} = 1 \rightarrow\ 2a + b = 0$ $\rightarrow$

$a = -3,\quad b = 6,\quad c = 2$ $\rightarrow$

$f_5(x) = -3x^2 + 6x + 2$




## VI

### Scheitelform

$S(1|5)$ und $P(0|2)$

$f_5(x) = a(x - x_S)^2 + y_S$

$x_S = 1$ und $y_S = 5$ $\rightarrow$

$f_5(x) = a(x-1)^2 + 5$

$f_5(0) = a(-1)^2 + 5$

$= a + 5 = 2 \rightarrow\ a = 3$ $\rightarrow$

$f_5(x) = -3(x-1)^2 + 5$

$= -3x^2 + 6x + 2$

### Allgemeine Form

$f_1(1|5)$ und $P(0|2)$

$f_5(x) = ax^2 + bx + c$

$G_{f_5}$ achsenymmtrisch $\rightarrow$ b = 0 $\rightarrow$

$f_5(x) = ax^2 + c$

$\left.\begin{array}{l} f_5(1) = a + b + c = 5 \\ f_5(0) = c = 2 \end{array}\right\}$ $\rightarrow$

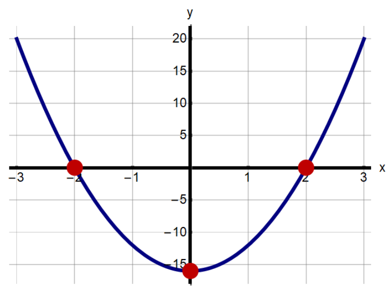
Scheitelstelle bei $x_S = -\frac{b}{2a}$

(Merkhilfe – „Mitternachtsformel“) $\rightarrow$

$-\frac{b}{2a} = 1 \rightarrow\ 2a + b = 0$ $\rightarrow$

$a = -3,\quad b = 6,\quad c = 2$ $\rightarrow$

$f_5(x) = -3x^2 + 6x + 2$




## VII

### Scheitelform

$X0(2|0)$ und $Y0(0|8)$

$f_7(x) = a(x - x_S)^2 + y_S$

$x_S = 2$ und $y_S = 0$ $\rightarrow$

$f_5(x) = a(x-2)^2 + 0$

$f_7(0) = a(-2)^2 = 4a = 8$ $\rightarrow$

$a = 2$ $\rightarrow$

$f_5(x) = 2(x-2)^2$

$= 2x^2 - 8x + 8$

### Linearfaktorform

$X0(2|0)$ und $Y0(0|8)$

$f_7(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$

$x_1 = x_2 = 2$ $\rightarrow$

$f_7(x) = a(x-2)^2$

$f_7(0) = a(-2)^2$

$= 4a = 8 \rightarrow a = 2$ $\rightarrow$

$f_5(x) = 2(x-2)^2$

$= 2x^2 - 8x + 8$

### Allgemeine Form

$X0(2|0)$ und $Y0(0|8)$

$f_7(x) = ax^2 + bx + c$

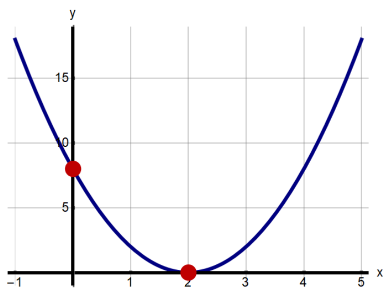
$\left.\begin{array}{l} f_7(2) = 4a + 2b + c = 0 \\ f_7(0) = c = 8 \end{array}\right\}$ $\rightarrow$

Scheitelstelle bei $x_S = -\frac{b}{2a}$ $\rightarrow$

$-\frac{b}{2a} = 2 \rightarrow\ 2a + b = 0$ $\rightarrow$

$a = 2,\quad b = -8,\quad c = 8$ $\rightarrow$

$f_7(x) = 2x^2 - 8x + 8$



## VIII

**Scheitelform**

$P(2|-5)$, $Q(2-|-5)$, $Y0(0|3)$

$f_5(x) = a(x-x_S)^2 + y_S$

$x_S = 0$ und $y_S = 23$ $\rightarrow$

$f_8(x) = a\,x^2 + 3$

$f_8(2) = a(2)^2 + 5$

$= 4a + 3 = -5 \rightarrow a = -2$ $\rightarrow$

$f_8(x) = -2x^2 + 3$

**Allgemeine Form**

$P(2|-5)$, $Q(2-|-5)$, $Y0(0|3)$

$f_8(x) = ax^2 + bx + c$

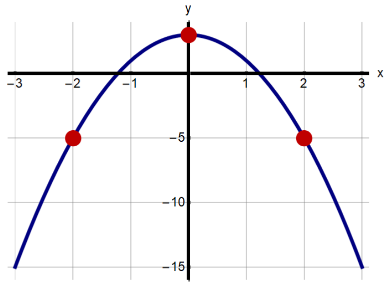
$G_{f_8}$ achsenymmtrisch $\rightarrow$ $b = 0$ $\rightarrow$

$f_8(x) = ax^2 + c$

$$\left.\begin{array}{l} f_8(2) = 4a + c = -5 \\ f_8(0) = \quad c = 3 \end{array}\right\} \rightarrow$$

$a = -2,\quad b = 0,\quad c = 3$ $\rightarrow$

$f_8(x) = -2x^2 + 3$




**Linearfaktorform**

$P(2|-5)$, $Q(2-|-5)$, $Y0(0|3)$

$f_8(x) = ax^2 + bx + c$

$G_{f_8}$ um $-5$ nach **oben** verschoben ergibt $G_{g_8}$ $\rightarrow$

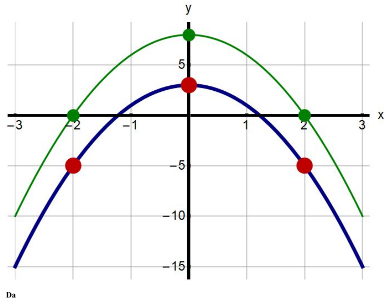
$g_8(x) = f_8(x) + 5 = a(x-x_1)(x+x_2) = a(x^2 - 2^2)$ Linearfaktorform

$g_8(0) = a(-4) = 3 + 5 = 8$ $\rightarrow a = -2$ $\rightarrow$

$g_8(x) = -2(x^2 - 2^2)$

$G_{g_8}$ um $5$ nach **unten** verschoben ergibt wieder $G_{f_8}$ $\rightarrow$

$f_8(x) = g_8(x) - 5$; $f_8(x) = -2(x^2-4) - 5 = -2x^2 + 3$




## IX

**Allgemeine Form – 1**

Drei beliebige Punkte (hier: ● ) auswählen:
$P(-3|14)$, $Q(-1|-10)$, $R(2|-16)$

$f_9(x) = ax^2 + bx + c$

$$\left.\begin{array}{ll} f_9(-3) = & 9a - 3b + c = 14 \\ f_9(-1) = & a - b + c = -10 \\ f_9(2) = & 4a + 2b + c = -16 \end{array}\right\} \rightarrow$$

$a = 2,\quad b = -4,\quad c = -16$ $\rightarrow$

$f_9(x) = 2x^2 - 4x - 16$

**Linearfaktorform**

Beide Nullstellen auswählen ( ● )
$X1(-2|0)$, $X2(4|0)$

Beliebigen weiteren Punkt auswählen:
$T(3|-10)$

$f_9(x) = a(x-x_1)(x-x_2) =$

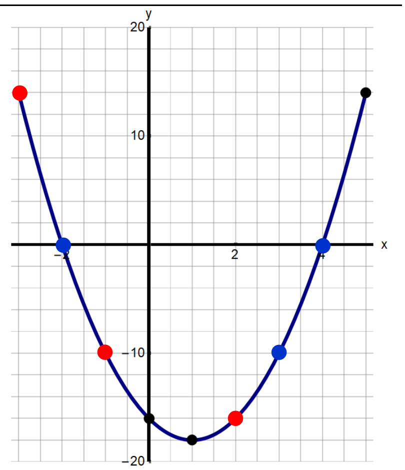
$a(x+2)(x-4)$

$f_9(3) = a(3+2)(3-4) = -10$

$a = 2$ $\rightarrow$

$f_9(x) = 2(x+2)(x-4)$

$= 2x^2 - 4x - 16$




**Scheitelform**

Scheitelpunkt auswählen ( ● )
$S(1|-18)$

Beliebigen weiteren Punkt auswählen:
$U(5|-14)$

$f_9(x) = a(x-x_S)^2 + y_S$

$= a(x-1)^2 - 18$

$f_9(5) = a(5-1)^2 - 18 = 14$ $\rightarrow$

$a = 2$

$f_9(x) = a(x-1)^2 - 18$

$= 2x^2 - 4x - 16$

**Allgemeine Form – 2**

3 „besondere" Punkte (●) auswählen:
$X1(-2|0)$, $X2(4|0)$, $Y0(0|-16)$

$f_9(x) = ax^2 + bx + c$

$f_9(0) = \quad c = -16$

$$\left.\begin{array}{ll} f_9(-2) = & 4a - 2b = 16 \\ f_9(4) = & 16a + 4b = 16 \end{array}\right\} \rightarrow$$

$b = -4,\quad c = -16$ $\rightarrow$

$f_9(x) = 2x^2 - 4x - 16$